



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1101 Introducción al Álgebra 12-1

Control Recuperativo.

P1.

(a) Sea E un conjunto. Considere $\mathcal{F} = \{h : E \rightarrow E \mid h \text{ es biyectiva}\}$ y $f \in \mathcal{F}$.

(a.1) (1.0 pto.) Pruebe que $\forall h \in \mathcal{F}, h \circ f \in \mathcal{F}$.

(a.2) (3.0 ptos.) Sea $\varphi_f : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ tal que $\varphi_f(h) = h \circ f$. Pruebe que φ_f es biyectiva.

(b) (2.0 ptos.) Usando inducción, demuestre que cada término de la secuencia

$$12, 102, 1002, 10002, \dots$$

es divisible por 6.

P2.

(a) En $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ se define la relación Ω por

$$a \Omega b \Leftrightarrow a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}.$$

(a.1) (1.0 pto.) Demuestre que Ω es relación de equivalencia

(a.2) (2.0 ptos.) Determine la clase de equivalencia de $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ y describa el conjunto cociente.

(b) (3.0 ptos.) Demuestre sin usar inducción que

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^n k \binom{n}{k} \binom{n}{j} a^{k+j-1} = n(1+a)^{2n-1}.$$

Tiempo: 1.15 horas.

Consultas sólo al auxiliar.

Justificar cada uno de sus pasos.